

Trasmissione con cinghie

La flessibilità e la leggerezza delle cinghie sono sfruttate per trasmissioni tra alberi distanti tra loro e comunque disposti.

I tipi di cinghie adoperati oggi sono le **cinghie piatte**, le **cinghie trapezoidali** e le **cinghie dentate** (o sincrone).

1. Cinghie piatte

Le cinghie piatte usate nelle moderne trasmissioni sono costituite da un nucleo di cotone a fibra lunga ricoperto con gomma naturale (Hevaloid hv - Pirelli) o da un nucleo di fibra sintetica ad alta resistenza ricoperto di gomma sintetica (Hevaflex - Pirelli).

Rispetto alle cinghie di cuoio, un tempo molto usate e delle quali hanno via via preso il posto, queste cinghie hanno spessori molto ridotti. Sono disponibili ad anello continuo in una certa gamma di sviluppi, ma possono essere anche confezionate nello sviluppo desiderato mediante giunzione a caldo.

In una trasmissione con cinghia patta (fig. 1) il momento motore M_m ha senso concorde con quello della velocità ω_m per cui il ramo più teso della cinghia è il ramo conduttore. Dette T_1 e T_0 le tensioni del ramo più teso e di quello meno teso, per l'equilibrio alla rotazione della puleggia motrice dovrà essere:

$$M_m = (T_1 - T_0) \cdot r$$

La differenza:

$$F = (T_1 - T_0) \quad [1]$$

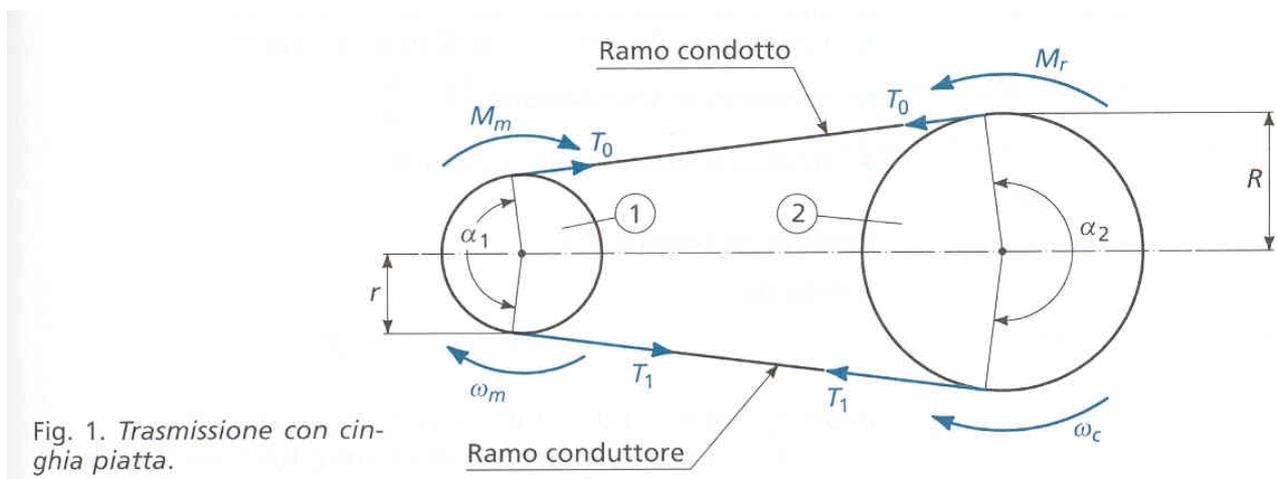


Fig. 1. Trasmissione con cinghia patta.

è la **forza periferica**, che tende a far slittare la cinghia sulla periferia della puleggia. Lo **slittamento** è impedito dall'**aderenza** che, nel caso delle cinghie piatte coincide con l'attrito puro e semplice ed è perciò misurata dal coefficiente d'attrito f tra cinghia e puleggia. L'equazione trovata, che lega F alle due tensioni T_1 e T_0 non è sufficiente per determinare i loro valori. L'altra equazione si ricava scrivendo le equazioni di equilibrio alla traslazione nelle direzioni radiale r e tangenziale t di un elemento di cinghia di lunghezza infinitesima.

Integrando si ottiene:

$$\frac{T_1}{T_0} = e^{f\alpha} \quad [2]$$

nella quale $e = 2,718$ è la base dei logaritmi naturali. Dalla [1] e [2] si ricava:

$$T_1 = F \cdot \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1} \quad T_0 = F \cdot \frac{1}{e^{f\alpha} - 1} \quad [3]$$

Poiché l'aderenza deve essere garantita su entrambe le pulegge il valore di α che vi compare è quello minore α_1 .



Con le moderne cinghie si può fare assegnamento su valori del coefficiente d'attrito variabili da un minimo di $f = 0,50$ a un massimo di $f = 0,75$.

Il dimensionamento di una cinghia piatta consiste nel determinare l'area della sua sezione in modo che resista alla tensione di trazione e alle tensioni provocate dalla forza centrifuga e dalla flessione d'avvolgimento.

La velocità periferica di una trasmissione alla quale corrisponde la minima sezione della cinghia si definisce **velocità ottima**.

Per le cinghie attuali conviene assumere:

- tensione ammissibile: $\sigma_{adm} = 30 \div 50 \text{ daN/cm}^2$
- velocità ottima: $v = 30 \div 40 \text{ m/s}$

Calcolo di dimensionamento

Dati

- potenza da trasmettere P (kW)
- tipo e caratteristiche del motore
- tipo e caratteristiche macchina utilizzatrice
- condizioni di servizio e ambiente di lavoro
- rapporto di trasmissione $\left(i = \frac{D}{d} \right)$
- interasse (dato o accettabile) (I)

Potenza di calcolo (P_c)

È data da:

$$P_c = P \cdot c_s \cdot c_f \quad [\text{kW}]$$

dove: $c_s = 1,0 - 1,2 - 1,4 =$ coeff. di servizio

$c_f = 1,1 - 1,2 =$ coeff. correzione funzionamento

Prestazione base della cinghia (p)

Si fissa il diametro d della puleggia minore evitando, se possibile, i valori più bassi. Si calcola poi:

$$v = \omega \cdot \frac{d}{2} \quad D = i \cdot d$$

In funzione di d e v , da tabelle fornite dal costruttore, si ricava la prestazione base p del tipo di cinghia prescelto (kW/cm), cioè la potenza che la cinghia può trasmettere per ogni cm di larghezza se l'angolo d'avvolgimento è di 180° .

Prestazione corretta (p_c)

Mediante la formula:

$$\alpha_1 = 180^\circ - 57 \cdot \frac{d \cdot (i - 1)}{I} \geq 140^\circ$$

si calcola l'angolo di avvolgimento, verificando che sia $\geq 140^\circ$.

L'interasse I che lo deve garantire è dato da relazioni del tipo:

$I \geq 2 \cdot D$ (per piccole variazioni di carico)

$I \leq 3 \cdot D$ (per medie e grandi variazioni di carico)

Da apposita tabella si ricava il coefficiente correttivo c_α . La prestazione corretta è:

$$p_c = c_\alpha \cdot p$$

Larghezza della cinghia (ℓ)

È data da:

$$\ell = \frac{P_c}{p_c} \quad [\text{cm}]$$

che si arrotonda al valore unificato più prossimo.



Sviluppo della cinghia (L) e interasse effettivo (I_e)

La lunghezza sviluppata si calcola con la formula:

$$L = 2 \cdot I + 1,57 \cdot (D + d) + \frac{(D - d)^2}{4 \cdot I}$$

Tra i valori unificati si sceglie il valore L' più prossimo a L . L'interasse effettivo si calcola usando una delle seguenti formule:

$$I_e = I + \frac{L' - L}{2} \quad (\text{se } L' > L) \quad ; \quad I_e = I + \frac{L - L'}{2} \quad (\text{se } L' < L)$$

Apposite tabelle forniscono poi la larghezza minima delle puleghe ℓ_p in funzione della larghezza della cinghia e della freccia f della bombatura delle puleghe.

Esercizio

Mediante cinghie trapezoidali si vuole trasmettere il moto dall'albero secondario del cambio di velocità (1) all'albero del mandrino (2) di una macchina utensile. L'interasse previsto è $I = 600$ mm. In condizioni normali di funzionamento l'albero condotto (2) ha una frequenza di rotazione $n_2 = 465$ giri/min e una potenza utile $P_2 = 4,5$ kW.

Sapendo che il rapporto di trasmissione è $i = 2,22$ e che il rendimento della trasmissione è $\eta = 0,96$, calcolare:

- numero, sezione e lunghezza delle cinghie;
- dimensioni delle due pulegge.

Dai dati assegnati si ricavano subito le velocità angolari ω_2 e ω_1 la frequenza di rotazione n_1 , e la potenza P_1 :

$$\omega_2 = \frac{\pi \cdot n_2}{30} = \frac{\pi \cdot 465}{30} = 48,7 \text{ rad/s}$$

$$\omega_1 = i \cdot \omega_2 = 2,22 \cdot 48,7 = 108,2 \text{ rad/s}$$

$$n_1 = \frac{30 \cdot \omega_1}{\pi} = \frac{30 \cdot 108,2}{\pi} = 1033 \text{ giri/min}$$

Potenza da trasmettere:

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{4,5}{0,96} = 4,7 \text{ [kW]}$$

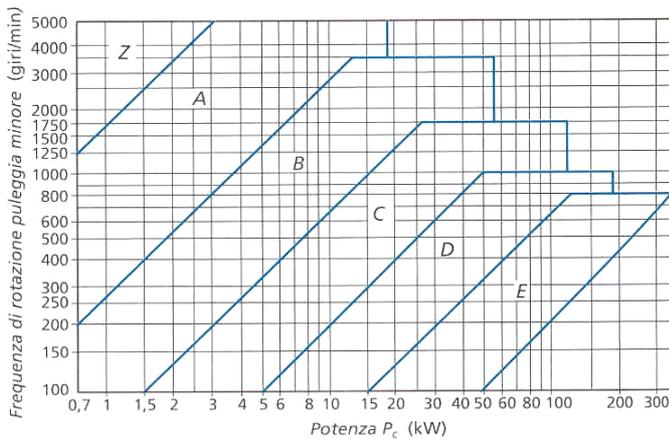
Potenza di calcolo (P_c)

Per servizio di $8 \div 10$ ore su macchina utensile si assume un fattore di servizio $F_s = 1,2$. Pertanto:

$$P_c = F_s \cdot P_1 = 1,2 \cdot 4,7 = 5,64 \text{ kW}$$



Sezione appropriata della cinghia



Dalla tabella a fianco, per $P_c = 5,64$ kW ed $n_1 = 1033$ giri/min, si rileva che la cinghia più adatta è quella con sezione B.

Diametri delle pulegge (d_p ; D_p)

Dalla UNI 5266, tra i diametri da preferire si sceglie: $d_p = 160$ mm l'angolo di avvolgimento vale:

$$\alpha_1 = 180^\circ - 57 \cdot \frac{160 \cdot (2,22 - 1)}{600} = 168^\circ 21' = 2,818 \text{ rad}$$

Il diametro primitivo D_p è: , ,

$$D_p = i \cdot d_p = 2,22 \cdot 160 = 355 \text{ mm}$$

che risulta un valore unificato.

Lunghezza della cinghia (L_p)

Con l'interasse $I = 600$ mm previsto, la lunghezza della cinghia risulta:

$$L = 2 \cdot I + 1,57 \cdot (D_p + d_p) + \frac{(D_p - d_p)^2}{4 \cdot I} = 2 \cdot 600 + 1,57 \cdot 515 + 16 = 2025 \text{ mm} = L_p$$

che coincide col valore unificato di L_p .

Diametro equivalente

Dalla tabella dei valori di F_b (UNI 5789):

i	da	1,00	1,02	1,07	1,12	1,20	1,30	1,50	Oltre
	a	1,02	1,07	1,12	1,20	1,30	1,50	2,50	2,50
F_b		1,00	1,02	1,04	1,06	1,08	1,10	1,12	1,14

per $i = 2,22$, si ricava $F_b = 1,12$.

Il diametro equivalente risulta:

$$d_e = F_b \cdot d_p = 1,12 \cdot 160 = 180 \text{ mm}$$

Potenza trasmissibile (P)

La velocità periferica è: $v = \omega_1 \cdot \frac{d_p}{2} = 108,2 \cdot \frac{0,16}{2} = 8,66 \text{ m/s}$

Dalle tabelle, interpolando si ricava:

ha la:

$$p_1 = 3,116 \text{ kW} \quad \text{potenza nominale}$$

$$F_a = 0,953; \quad F_e = 1,00$$



Potenza effettivamente trasmissibile da una cinghia:

$$p = F_a \cdot F_e \cdot p_1 = 0,953 \cdot 3,116 = 2,97 \text{ kW}$$

Numero di cinghie (z_c)

Il numero di cinghie necessario è:

$$z_c = \frac{P_c}{p} = \frac{5,64}{2,97} = 1,9$$

Si adottano 2 cinghie sezione B.



Le problematiche del serraggio

La giusta scelta degli elementi di fissaggio e dei parametri di serraggio permettono di evitare il rilassamento e l'autoallentamento dei collegamenti filettati.
Il fissaggio testa-basamento

Nei collegamenti filettati il tiro iniziale della vite, ottenuto applicando alla madrevite una coppia di serraggio, dovrebbe, in teoria, mantenere costante e perennemente inalterata la sua intensità, in modo da garantire che gli elementi collegati restino uniti anche nelle più gravose condizioni d'esercizio, resistendo all'azione dei carichi esterni.

Nella realtà, in molti di questi collegamenti, si può verificare nel tempo una modifica permanente della lunghezza delle viti, provocata principalmente da fenomeni di assestamento o di sprofondamento.

Si ha "assestamento" quando le superfici rugose di pezzi contigui (per esempio: dado e rondella) diventano lisce sotto l'effetto della pressione prodotta dalla tensione della vite.

Si ha "sprofondamento" quando la pressione esercitata sulla superficie d'appoggio supera la resistenza a compressione del pezzo sollecitato. La conseguenza è, in ogni caso, la riduzione della tensione iniziale, definita nella letteratura tecnica "rilassamento del carico di serraggio".

Un altro inconveniente che si può presentare è l'"autoallentamento", che si verifica quando avvengono movimenti di scorrimento tra le superfici a contatto. È evidente che il rilassamento del carico di serraggio favorisce l'insorgere di questo fenomeno.

Gli accorgimenti da adottare nella fase progettuale per evitare il rilassamento e l'autoallentamento riguardano: la scelta degli elementi di fissaggio e la scelta dei parametri di serraggio.

ELEMENTI DI FISSAGGIO

Per quanto concerne gli elementi di fissaggio occorre:

- prevedere viti con bassa rigidità a trazione (piccolo EM), ossia viti lunghe e snelle.

Incrementando il rapporto $1/d$ tra la lunghezza della vite e il suo diametro nominale, si dispone di buona elasticità e soprattutto di un'ampia riserva plastica. Storicamente un rapporto $1/d \geq 6$ è risultato ottimale;

- impiegare viti ad alta resistenza. Ciò consente di ottenere elevate forze di precarico, sufficienti a prevenire movimenti relativi. Con l'impiego di viti ad alta resistenza e molto elastiche si può, quando si disponga di affidabili indicazioni sperimentali, adottare un valore del precarico pari al carico di snervamento ($N_i = N_s$). Queste viti offrono il vantaggio di arrivare a rottura con deformazioni molto più grandi di quelle che vengono raggiunte nel normale esercizio. È importante notare che ponendo l'inizio delle deformazioni nel punto di snervamento non si hanno significative variazioni del precarico, se le condizioni di esercizio provocano piccoli allungamenti.

Un'ultima considerazione, interessante per la produzione di grande serie, è che l'adozione di un precarico pari al carico di snervamento consente di sfruttare al massimo le caratteristiche meccaniche della bulloneria e quindi di minimizzare sia il numero dei bulloni sia il loro diametro;

- adottare altri accorgimenti, che si potranno individuare esaminando le problematiche relative alle varie giunzioni.

PARAMETRI DI SERRAGGIO

Per quanto riguarda invece i parametri di serraggio, il più importante di tutti è:

- il metodo di serraggio. È noto che il carico di serraggio N_j e la coppia di serraggio M_s sono legati dalla relazione:

$$M_s = K \cdot N_j \cdot d$$

nella quale:

K = fattore di lubrificazione

d = diametro nominale della vite.



Quando si serra un bullone è necessario disporre di sistemi di controllo per essere certi che il precarico ottenuto con l'applicazione della coppia M_s sia quello N_i previsto dal progetto. Se si adottano viti ad alta resistenza il metodo di serraggio più idoneo è quello che i tecnici definiscono "coppia + angolo con snervamento della vite", col quale si controlla l'allungamento della vite (e. quindi la sua tensione) attraverso la misura dell'angolo di rotazione del dado. Disponendo del diagramma carichi-allungamenti delle viti è facile calcolare con quale angolo di rotazione si ottiene la deformazione assiale che determina il tiro N_i della vite previsto dal progetto. Dato che una rotazione di 360° produce un allungamento pari al passo p della vite una semplice proporzione permette di ricavare la rotazione, come mostrato nell'esempio. Cicli di avvitatura idonei e altri accorgimenti si potranno definire in base alle problematiche specifiche dei vari collegamenti.

Esempio

Dal diagramma carichi-allungamenti (figura 1) di una vite con passo $p = 1,5$ [mm] si legge che l'allungamento corrispondente al carico di snervamento, per una data lunghezza utile della vite è $\Delta l = 0,7$ mm.

Indicato con x° il valore dell'angolo di serraggio cercato, si può scrivere la proporzione:

$$360^\circ : p = x^\circ : \Delta l \quad \text{ossia:}$$

$$360^\circ : 1,5 = x^\circ : 0,7 \quad \text{da cui si ha:}$$

$$x^\circ = \frac{360 \cdot 0,7}{1,5} = 168^\circ$$

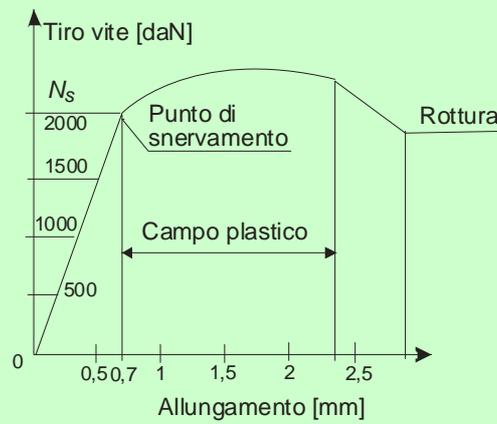


figura 1

IL FISSAGGIO TESTA-BASAMENTO

Il rilassamento del carico di serraggio e l'autoallentamento. sono problemi particolarmente sentiti nell'industria automobilistica: in un motore a combustione interna per autotrazione vengono impiegati numerosi collegamenti a vite che sono soggetti a questi fenomeni, provocati da varie cause, le principali delle quali sono:

- guarnizioni morbide interposte nell'assieme filettato,
- diverse dilatazioni termiche dei materiali,
- scorrimento viscoso dei materiali a causa delle alte temperature,
- cedimento plastico locale causato da corpi estranei, bave ecc.,
- alta velocità di serraggio,
- livellamento plastico conseguente a errori geometrici (non planarità delle superfici, non ortogonalità testa vite-appoggio, alta rugosità ecc.),
- impiego di viti o prigionieri con basso allungamento elastico (esempio: viti tozze e rigide),
- deformazioni plastiche conseguenti a pressioni superficiali al limite di snervamento dei materiali assemblati.

Un tipico esempio di giunzione con marcato rilassamento è il fissaggio della testa dei cilindri al basamento. La presenza della guarnizione, in aggiunta alla diversa dilatazione termica tra testa (generalmente in lega leggera) e basamento (in ghisa) creano una serie di problemi che progettisti e sperimentatori devono risolvere.

Utilizzando una interessante relazione tecnica, fornita gentilmente dalla Direzione Sperimentazione della Fiat Auto, si espongono di seguito i problemi connessi al fissaggio testa-basamento di un motore (nel caso specifico un motopropulsore diesel) e gli accorgimenti adottati dai tecnici Fiat (progettisti e sperimentatori) per risolverli.

La soluzione ai problemi è stata trovata effettuando una accurata scelta degli elementi di fis-



saggio e dei parametri di serraggio.

Alcuni problemi

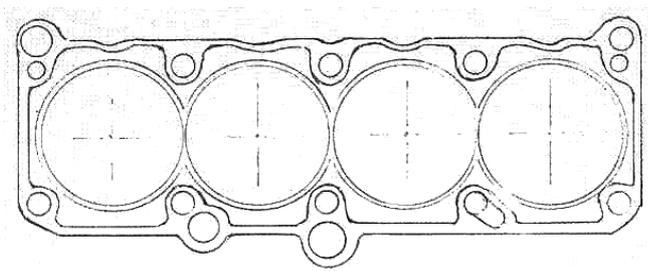


Figura 2

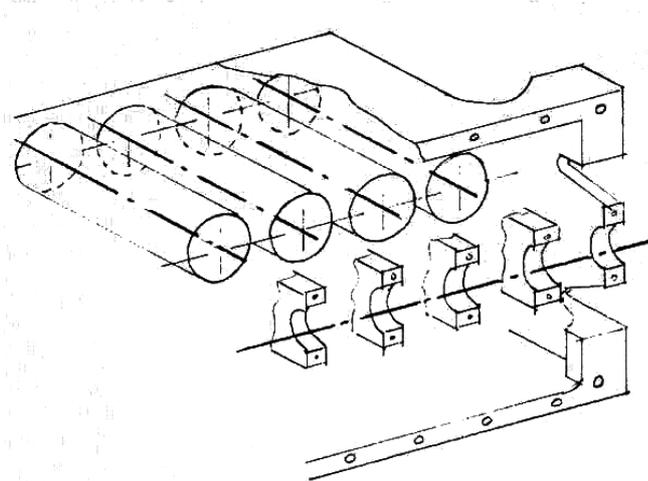


Figura 3

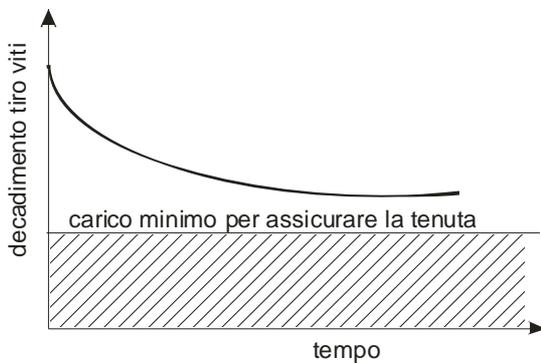


Figura 4

Distribuzione delle pressioni sulla guarnizione di tenuta, prodotta dalle viti di serraggio (figura 2).

Occorre ottenere una distribuzione uniforme e tale da garantire in ogni punto una pressione minima che assicuri la tenuta per tutta la durata del motore.

Deformazione delle canne cilindri e della linea

d'assi dei supporti di banco indotte al bloccaggio della testata (figura 3). Per evitare questi inconvenienti occorre ottimizzare gli elementi di fissaggio e il metodo di serraggio.

Decadimento nel tempo del tiro vite imposto al montaggio (figura 4).

L'esperienza indica che, dopo breve funzionamento, c'è un decadimento "fisiologico" del precarico che è mediamente del 30 + 35%.

Occorre perciò tenerne conto nel calcolare il tiro vite necessario per assicurare la tenuta dei fluidi.

ELEMENTI DI FISSAGGIO

◆ In base al valore del tiro vite, calcolato in modo da assicurare nel tempo la tenuta, tenendo conto del decadimento "fisiologico", sono state adottate viti a passo fine:

M 12 x 1,25 x 215 - classe di resistenza R 10

Si tratta di viti rullate a testa cilindrica con esagono incassato, interamente filettate, di lunghezza $l = 215$ mm, per cui il rapporto lunghezza-diametro risulta:

$$l/d = 215/12 = 18$$

che è molto maggiore del valore $l/d \geq 6$ che, come si è visto in precedenza è ritenuto già ottimale.

Le viti di classe R 10 sono ad alta resistenza, con tensione di snervamento:

$$R_{p0.2} \geq 110 \text{ [daN/mm}^2\text{]}.$$

Essendo la sezione resistente di nocciolo:



$$A_2 = \pi \cdot \frac{d_2^2}{4} = \pi \cdot \frac{10,466^2}{4} = 86 [\text{mm}^2]$$

il carico che produce lo snervamento è:

$$N_s = R_{p0.2} \cdot A_2 = 110 \times 86 = 9460 [\text{daN}]$$

In figura 5 è riportato il diagramma tiro-allungamento della vite rilevato con banco Erichsen.

Si distinguono:

- il campo elastico,
- il campo plastico,
- il campo di decadimento delle caratteristiche meccaniche prima della rottura.

Risulta evidente la notevole riserva di deformazione plastica, che consente un allungamento permanente senza pericolo fino a 4mm.

Questa riserva consente ampiamente d'impiegare le viti fino a quattro volte, come è richiesto dalla Norma Fiat, senza che decadano completamente le caratteristiche iniziali.

In figura 6a si può notare l'aspetto della vite dopo i quattro riutilizzi ammessi dalla norma: l'allungamento permanente totale è di 1,5 mm e la riserva plastica ancora disponibile è di $\approx 2,5$ [mm]. In figura 6b invece è rappresentata la vite tensionata oltre il limite di riserva plastica disponibile, ma prima della rottura: l'allungamento permanente totale è di circa 6 mm.

◆ I punti di fissaggio sono stati definiti in modo da realizzare una distribuzione uniforme delle pressioni tra i piani di unione della testa e del basamento.

◆ Le madreviti sono state posizionate lontane dalla parte alta delle canne cilindri, cioè nella zona più rigida del basamento, che è quella dei cappelli di banco.

PARAMETRI DI SERRAGGIO

◆ È stato adottato il metodo di serraggio "coppia+angolo con snervamento predeterminato delle viti", perché è il metodo che fornisce un riferimento preciso del tiro in funzione della loro resistenza, uniforma le condizioni di sollecitazione di tutti i bulloni sfruttando in pieno le loro capacità di carico e non richiede elevate precisioni sull'angolo di rotazione.

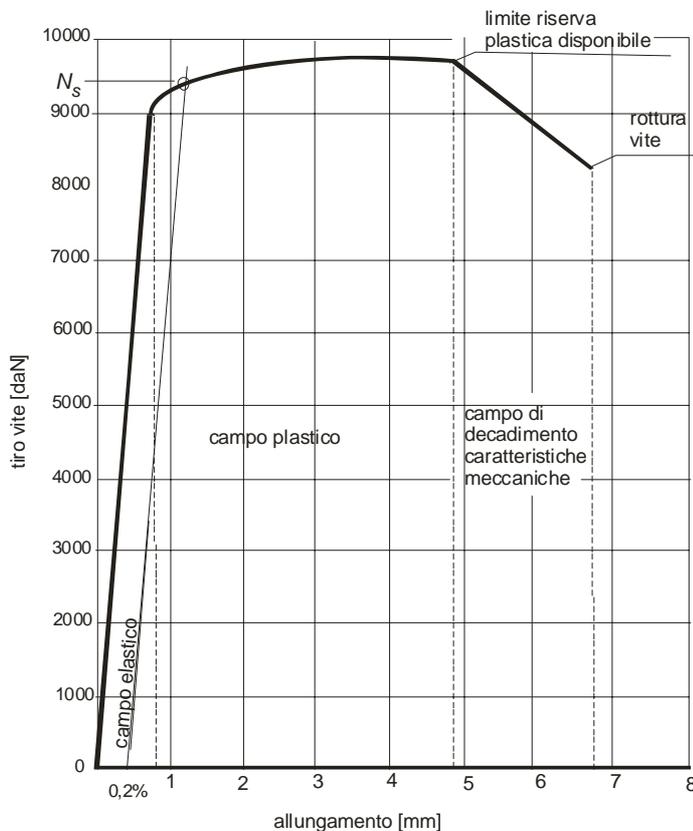


Figura 5



a) b)
figura 6



Rilevato dal diagramma di figura 5 che il valore dell'allungamento corrispondente al carico di snervamento è $\Delta l = 1,28$ [mm], l'angolo di rotazione risulta:

$$\alpha^\circ = \frac{360 \cdot 1,28}{1,25} \approx 360^\circ$$

Il calcolo del momento di serraggio si può effettuare solo in modo piuttosto approssimativo, poiché non si conosce il valore del fattore di lubrificazione.

Assumendo un valore medio valido per l'acciaio lubrificato con olio ($K = 0,14$) il valore "presunto" del momento di serraggio risulta:

$$M_s = 0,14 \times 9460 \times 12 : 15900 \text{ [daNmm]} = 159 \text{ [Nm]}$$

♦ È stato stabilito un ciclo d'avvitatura con modalità tali da:

- plasmare la guarnizione con serraggio a scalare dei mandrino dal centro verso l'esterno;
- recuperare l'assestamento del giunto, che si verifica nei primi minuti dopo il serraggio, mediante il riserraggio delle viti.



Molle

Quando si debbano attenuare gli effetti di urti o si voglia riportare un elemento di macchina nella posizione iniziale, o regolare la pressione di organi a contatto, oppure esaltare o ridurre effetti vibratori, si rende necessaria l'adozione di un collegamento elastico.

Nelle macchine molti collegamenti elastici si realizzano con le molle, organi meccanici che possono deformarsi elasticamente sotto l'azione dei carichi applicati e riprendere le loro dimensioni iniziali quando questa azione cessa.

In base alla **sollecitazione predominante** tra quelle a cui sono sottoposte, le molle si distinguono in **molle di flessione** e **molle di torsione**.

Per qualunque tipo di molla gli elementi caratteristici sono la **freccia elastica** f , proporzionale al carico F (fig. 1):

$$f = k \cdot F$$

e la costante:

$$k = \frac{F}{f} \quad [1]$$

detta **parametro di rigidità** (N/mm) della molla.

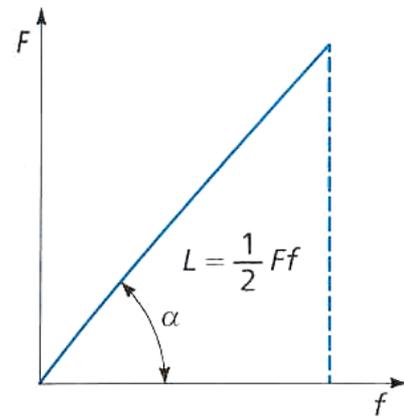


Fig. 1. Caratteristica di una molla.

1. Molle a elica

Le molle a elica appartengono alla categoria delle molle di torsione; si costruiscono generalmente con fili a sezione circolare, ma anche con profilati a sezione rettangolare, avvolti a elica cilindrica di norma a passo costante e in qualche caso a passo variabile (fig. 2).

Tensioni

In condizioni di lavoro normali il carico F agisce lungo l'asse longitudinale della molla, con un braccio uguale al raggio medio $R = \frac{D}{2}$ della molla. Il filo è sollecitato a torsione, taglio,

flessione e trazione. Tuttavia la sollecitazione predominante è la torsione, che da sola rappresenta il 98% della sollecitazione totale.

Detto d il diametro del filo, il modulo di resistenza a torsione è:

$$W_t = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

Non tenendo conto che la molla è una trave ad asse curvo la tensione teorica risulta:

$$\tau = \frac{M_t}{W_t} = \frac{16 \cdot F \cdot R}{\pi \cdot d^3} = \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \quad [2]$$

Studi condotti da Göhner e Wahl hanno dimostrato che la tensione massima si verifica in corrispondenza al raggio interno. Il suo valore, che chiameremo tensione massima corretta τ_k , si ottiene moltiplicando la tensione massima teorica per il fattore di Wahl:

$$\chi = \frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0,615}{C} \quad [3]$$

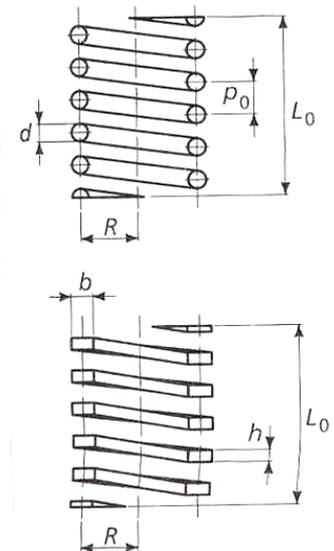


Fig. 2. Molle a elica a passo costante.



ove $C = \frac{D}{d}$ è il rapporto di avvolgimento. Pertanto per i calcoli si deve assumere:

$$\tau_k = \chi \cdot \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \quad [4]$$

Dati costruttivi

La rappresentazione grafica e i dati costruttivi di una molla a elica in compressione sono riportati nella figura 3. Le spire estreme della molla sono avvolte con inclinazione minore e successivamente molate per realizzare un piano d'appoggio.

Salvo prescrizioni contrarie questa operazione viene eseguita a partire dal filo di diametro $d = 2$ mm. Per molle con rapporto d'avvolgimento $C = \frac{D}{d} \geq 12$ il piano d'appoggio si presenta bene anche senza molatura. Le molle in trazione, invece, hanno un attacco a occhio.

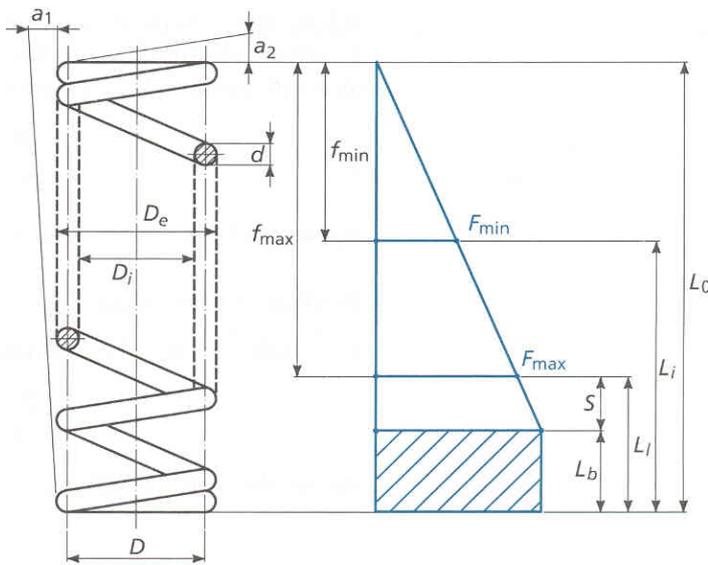


Fig. 3 - Dati costruttivi di una molla a elica.

D = diametro di avvolgimento (mm)
 d = diametro del filo (mm)
 D_e = diametro esterno (mm)
 D_i = diametro interno (mm)
 D/d = rapporto di avvolgimento; deve essere $4 \leq C \leq 20$.

Il valore ottimo è compreso tra 7 e 12. Con valori inferiori a 7 la molla è molto rigida e molto sollecitata. Con valori superiori a 12 la molla è molto flessibile e poco sollecitata, ma si ha spreco di materiale.

i = numero di spire utili o attive

$i_t = i + 2$ = numero delle spire totali; deve risultare come minimo $i_t \geq 3$.

L_0 = lunghezza libera della molla (mm)

L_i = lunghezza di lavoro iniziale della molla (mm)

L_l = lunghezza di lavoro della molla (mm)

L_b = lunghezza a bloccodella molla (mm)

f = freccia totale (mm)

f/i = freccia della spira utile (mm)

F_{min} = carico della posizione di lavoro iniziale (N)

F_{max} = carico massimo di lavoro (N)

g = gioco tra le spire (mm)

p_0 = passo dell'elica a molla libera (mm)

p = passo dell'elica a molla sotto carico di lavoro (mm)

a_1 = scostamento ammissibile sull'ortogonalità tra l'asse longitudinale della molla e i piani terminali

a_2 = scostamento ammissibile sul parallelismo dei piani terminali.

Dimensionamento

Il dimensionamento di una molla a elica consiste nella determinazione del diametro di avvolgimento D , del diametro del filo d e del numero di spire utili i .

Essendo tre le incognite e disponendo di due sole equazioni, si deve fissare il valore di una delle grandezze incognite. Generalmente, in base a considerazioni d'ingombro, si fissa il diametro D . Scelto un valore opportuno del rapporto d'avvolgimento C , si calcola il diametro del filo:

$$d = \frac{D}{C}$$

Poiché la molla deve realizzare il voluto valore della freccia f sotto l'azione di un carico noto F , scelto il materiale da usare (e quindi noto G), si calcola il numero di spire utili:

$$i = \frac{G \cdot d^4 \cdot f}{8 \cdot F \cdot d^3}$$

Si eseguono poi le necessarie verifiche.



Verifica di resistenza

Per molle con $d \leq 10$ mm deve risultare:

$$\tau_k = \chi \cdot \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \leq \tau_{adm}$$

Per molle di forte sezione sollecitate staticamente deve risultare:

$$\tau_{k \max} \leq \tau_{adm} = \frac{0,576 \cdot R}{1,5} = \frac{\tau_s}{1,5}$$

per la loro verifica a fatica vale la relazione:

$$\frac{\tau_{k \max} - \tau_{k \min}}{2} \leq \tau_{adm} = \frac{\tau_{LFI}}{1,5}$$

Quando la verifica è soddisfatta, se è data la lunghezza di lavoro si ricava la lunghezza libera:

$$L_0 = L_l + f$$

e si verifica che sia:

$$\frac{L_0}{i} \geq \frac{D}{2,5}$$

In caso contrario si riduce il numero di spire utili e si riprende il calcolo dall'inizio dopo aver corretto C e χ .

Esercizio

Dimensionare una molla per valvola disponendo dei seguenti dati:

- materiale: acciaio 50 Cr V 4 UNI 3545
- carico massimo di lavoro $F_{\max} = 130$ N
- diametro del foro di alloggiamento $\Phi = 23$ mm
- lunghezza di lavoro iniziale $L_l = 34,5$ mm
- rigidità $K = 12$ N/mm
- alzata massima valvola $h = 4,5$ mm

Scelto un diametro d'avvolgimento $D = 16$ mm e un rapporto $C = \frac{D}{d} = 7$ risulta:

$$d = \frac{D}{C} = \frac{16}{7} = 2,3 \text{ mm}$$

Il diametro esterno:

$$D_e = D + d = 18,3 \text{ mm}$$

è compatibile con il diametro $\Phi = 23$ mm del foro di alloggiamento.

La freccia sotto carico è data da:

$$f = \frac{F_{\max}}{k} = \frac{130}{12} = 10,83 \text{ mm}$$

Assunto dai manuali $G = 77470$ N/mm², il numero delle spire utili risulta:

$$i = \frac{77470 \cdot 2,3^4 \cdot 10,83}{8 \cdot 130 \cdot 16^3} = 5$$

Verifica di resistenza

Dal diagramma dell'acciaio legato 50 Cr V 4 a pag. 381 del *Vademecum per disegnatori e tecnici - 11a edizione*, in corrispondenza della curva servizio pesante, per $d = 2,3$ mm si ricava:

$$\tau_{adm} = 520 \text{ N/mm}^2$$

Il coefficiente di Wahl risulta:

$$\chi = \frac{4 \cdot 8 - 1}{4 \cdot 8 - 4} + \frac{0,615}{8} = 1,18$$

e la tensione massima corretta:



$$\tau_k = 1,18 \cdot \frac{8 \cdot 130 \cdot 16}{\pi \cdot 2,3^3} = 514 \text{ N/mm}^2 < \tau_{\text{adm}}$$

La lunghezza di lavoro è data da:

$$L_f = L_i - h = 34,5 - 4,5 = 30 \text{ mm}$$

e la lunghezza libera risulta:

$$L_o = L_f + f = 30 + 10,83 = 40,83 \text{ mm}$$

Si ha quindi:

$$\frac{L_o}{i} = \frac{40,83}{5} = 8,2 > \frac{D}{2,5}$$



Rotismi

I rotismi, o treni d'ingranaggi, vengono impiegati quando si devono realizzare rapporti di trasmissione molto elevati e con alti valori di rendimento.

Si dicono ordinari i rotismi nei quali gli assi delle ruote sono fissi, epicicloidali quelli in cui alcuni degli assi sono mobili.

Gli uni e gli altri possono essere costituiti solo da ruote cilindriche o solo da ruote coniche o possono essere una combinazione di ruote dei due tipi.

1. Rotismi ordinari

In un rotismo ordinario (fig. 1) generalmente il primo albero porta la ruota motrice e l'ultimo la ruota condotta. Gli alberi intermedi invece portano due ruote ciascuno.

Il rapporto di trasmissione è il prodotto dei rapporti di trasmissione delle singole coppie componenti il rotismo. Indicate con $(i)_m'$ $(i)_a$ $(i)_j$ le velocità angolari degli alberi motore, condotto e intermedio, il rapporto di trasmissione del rotismo è dato dalla relazione di validità generale:

$$i = \frac{\omega_m}{\omega_c}$$

I rapporti di trasmissione parziali risultano:

$$i_1 = \frac{\omega_m}{\omega_j} = \frac{Z_j}{Z_m} \quad i_2 = \frac{\omega_j}{\omega_c} = \frac{Z_c}{Z_j} \quad [1]$$

Eseguiamo il loro prodotto:

$$i_1 \cdot i_2 = \frac{\omega_m}{\omega_j} \cdot \frac{\omega_j}{\omega_c} = \frac{\omega_m}{\omega_c} \quad [2]$$

$$i_1 \cdot i_2 = \frac{Z_j \cdot Z_c}{Z_m \cdot Z_j}$$

Il primo prodotto dimostra l'asserto iniziale, cioè:

$$i = i_1 \cdot i_2 \quad [3]$$

Il secondo ci dice che il rapporto di trasmissione di un rotismo ordinario si ottiene dividendo il prodotto del numero di denti delle ruote condotte per il prodotto del numero di denti delle ruote motrici:

$$i = \frac{Z_j \cdot Z_c}{Z_m \cdot Z_j} \quad [4]$$

Per ottenere una serie di ruote i cui diametri non siano molto diversi tra loro, i rapporti di trasmissione parziali si scelgono decrescenti dal primo all'ultimo ingranaggio in un rotismo ri-

ducente, crescenti invece in un rotismo moltiplicatore.

Nel caso di rotismi costituiti da due ingranaggi, nei quali si vuole che gli interassi siano uguali per consentire l'allineamento del primo asse con l'ultimo (fig. 2), devono essere contemporaneamente soddisfatte le due equazioni:

$$i = i_1 \cdot i_2 = \frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3} \quad [5]$$

$$m' \cdot (z_1 + z_2) = m'' \cdot (z_3 + z_4)$$

la seconda delle quali esprime la voluta uguaglianza degli interassi, dati da:

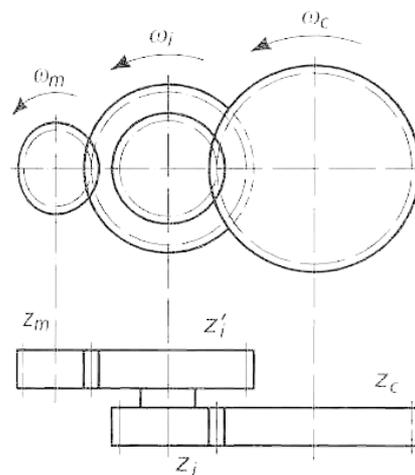


Fig. 1. Rotismo ordinario.

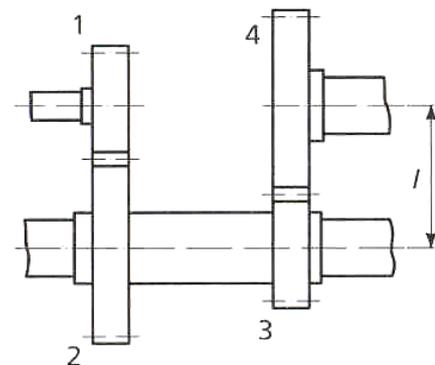


Fig. 2. Rotismo costituito da due ingranaggi con interassi uguali.



$$l = r_1 + r_2 = \frac{m'}{2} \cdot (z_1 + z_2)$$

$$l = r_3 + r_4 = \frac{m''}{2} \cdot (z_3 + z_4)$$

Nei cambi di velocità si adotta normalmente un unico valore del modulo per tutte le ruote del rotismo ($m = m' = m''$).

Esercizio

Effettuare la scelta delle quattro ruote del rotismo di un tornio parallelo, con vite-madre di passo $p_v = 7 \text{ mm}$, occorrenti per filettare una vite di passo $p_f = 3 \text{ mm}$, sapendo che il tornio ha in dotazione una serie di ruote il cui numero di denti varia di cinque in cinque per ruote da 20 a 70 denti.

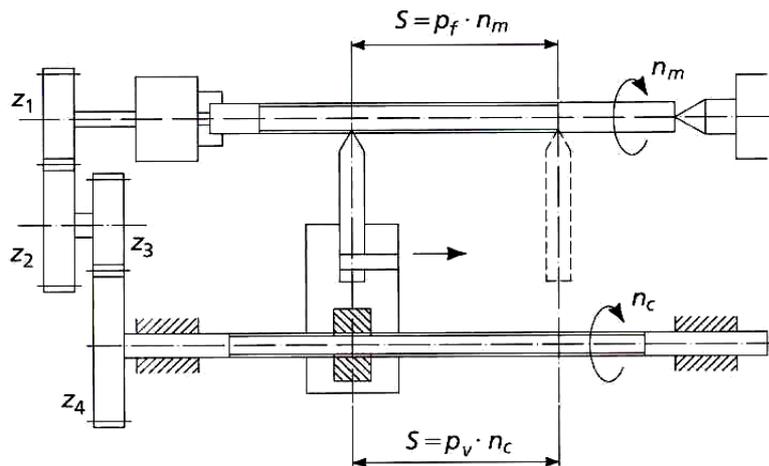


Fig. 3

Dallo schema della figura 3 emerge che l'elemento motore del rotismo è il mandrino, mentre la vite-madre è l'elemento condotto.

Indicate rispettivamente con n_m e n_c le loro frequenze di rotazione (giri/min) il rapporto di trasmissione da realizzare è:

$$i = \frac{n_m}{n_c}$$

Il suo valore si ricava osservando che a ogni giro completo del pezzo da filettare "utensile si deve spostare di una quantità pari al passo p_f del filetto. Se il pezzo da filettare compie n_m giri/min, nel tempo di un minuto l'utensile deve traslare della quantità:

$$S = p_f \cdot n_m$$

Poiché la traslazione dell'utensile, montato sul carrello, avviene mediante la madre-vite, di passo p_v e ruotante a n_c giri/min, deve essere soddisfatta la relazione:

$$S = p_f \cdot n_m = p_v \cdot n_c$$

dalla quale si ricava:

$$i = \frac{n_m}{n_c} = \frac{p_v}{p_f} = \frac{7}{3} = 2,333$$

e ricordando l'espressione del rapporto di trasmissione di un rotismo ordinario in funzione dei numeri di denti delle ruote condotte e motrici, si ha in questo caso:

$$i = \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{p_v}{p_f} = \frac{7}{3}$$

La scelta delle ruote si esegue scomponendo numeratore e denominatore della frazione $\frac{p_v}{p_f}$ nel prodotto di due fattori che si trasformano poi in numeri interi, generalmente a due cifre,



moltiplicandoli per un fattore comune, scelto opportunamente per tener conto della dotazione di ruote del tornio.

Nel nostro caso numeratore e denominatore si possono scomporre così:

$$i = \frac{p_v}{p_f} = \frac{7}{3} = \frac{2 \cdot 3,5}{2 \cdot 1,5}$$

Scelto come fattore moltiplicativo: $200 = 10 \cdot 20$, si ottiene:

$$i = \frac{(2 \cdot 20)(10 \cdot 3,5)}{(2 \cdot 10)(20 \cdot 1,5)} = \frac{40 \cdot 35}{20 \cdot 30} = \frac{35}{20} \cdot \frac{40}{30}$$

L'ultimo spostamento dei fattori è stato fatto per ottenere le coppie di ruote:

$$\begin{array}{ll} z_1 = 20 & z_2 = 35 \\ z_3 = 30 & z_4 = 40 \end{array}$$

con le quali si ottengono i rapporti di trasmissione parziali decrescenti:

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{35}{20} = 1,75 \qquad i_2 = \frac{z_4}{z_3} = \frac{40}{30} = 1,333$$

e in più si ottiene un funzionamento più dolce in quanto la differenza tra il numero di denti della coppia più veloce è minore.

